

Гидродинамика

В основе гидродинамики лежат законы Ньютона, следствием которых являются все основные законы гидродинамики. Особенность здесь состоит в том, что эти законы применяют не к твердым телам, сохраняющим свою форму при перемещении, а к жидкостям, изменяющим форму в процессе движения и при переливании из одного сосуда в другой. Кроме того, если давление силы, приложенной к твердому телу, передается только в направлении ее действия, то *давление, производимое на жидкость или газ, передается по всем направлениям одинаково*. В этом состоит **закон Паскаля** — один из основных законов гидродинамики. Поэтому и силы давления распространяются по всей поверхности жидкости.

Другим законом гидродинамики, определяющим действие жидкостей и газов на погруженные в них тела, является **закон Архимеда**: *на тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, направленная вверх и равная весу жидкости или газа, вытесненного телом*.

Ниже приведены все основные формулы гидродинамики, применяемые при решении ее задач:

Формула давления

$$75) p = \frac{F_{\text{давл}}}{S}$$

Здесь p — давление (Па), $F_{\text{давл}}$ — сила давления (Н), S — площадь опоры (м^2).

Давление столба жидкости

$$76) p = \rho gh$$

Здесь p — давление (Па), ρ — плотность жидкости ($\text{кг}/\text{м}^3$), g — ускорение свободного падения ($\text{м}/\text{с}^2$), h — высота столба жидкости (м).

Формула гидравлического пресси

$$77) \frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}$$

Здесь F_1 — сила, действующая на меньший поршень (Н), S_1 — площадь меньшего поршня (м^2), F_2 — сила, действующая на больший поршень (Н), S_2 — площадь большего поршня (м^2).

Формула выталкивающей (Архимедовой) силы

$$78) F_{\text{выт}} = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{т}}$$

Здесь $F_{\text{выт}}$ — выталкивающая сила (Н), $\rho_{\text{ж}}$ — плотность жидкости ($\text{кг}/\text{м}^3$), g — ускорение свободного падения ($\text{м}/\text{с}^2$), $V_{\text{т}}$ — объем тела, погруженного в жидкость (м^3).

Уравнение неразрывности струи (теорема Эйлера)

$$79) v_1 S_1 = v_2 S_2$$

Здесь v_1 — скорость жидкости ($\text{м}/\text{с}$) в сечении площадью S_1 (м^2), v_2 — скорость жидкости ($\text{м}/\text{с}$) в сечении площадью S_2 (м^2).

Уравнение Бернулли

$$80) \rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2$$

Здесь ρ — плотность жидкости ($\text{кг}/\text{м}^3$), g — ускорение свободного падения ($\text{м}/\text{с}^2$), h_1 и h_2 — высоты элемента жидкости над землей (м), v_1 и v_2 — скорости на этих высотах ($\text{м}/\text{с}$), p_1 и p_2 — давления в жидкости на этих высотах (Па).

Следует знать, что сила давления — векторная величина, а давление p — величина скалярная, оно не имеет направления. Согласно формуле 76) с увеличением глубины жидкости давление в ней нарастает, т. к. увеличивается высота столба жидкости над уровнем, на котором определяется давление. Если жидкость налита в сосуд, то с увеличением ее глубины давление растет линейно с высотой столба жидкости, поэтому среднее давление жидкости на стенку сосуда равно половине ее давления на дно:

$$p_{\text{ср. на стенку}} = \frac{p_{\text{на дно}}}{2}$$

Единица давления в СИ — *паскаль* (Па). Выразим паскаль через основные единицы СИ:

$$\text{Па} = \text{Н} \cdot \text{м}^{-2} = \text{кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$$

Если сверху на данный уровень давит несколько жидкостей, то давление на данном уровне равно сумме давлений каждой жидкости в отдельности.

Если трубка с жидкостью наклонена к горизонту (рис. 77), то в формуле давления столба жидкости (76) высота h равна проекции длины этого столбика жидкости на вертикальную ось OY .

Следствием закона Паскаля является закон сообщающихся сосудов.

Закон сообщающихся сосудов: в неподвижных и открытых сообщающихся сосудах любой формы давление жидкости на любом горизонтальном уровне одинаково.

Из закона сообщающихся сосудов вытекают два следствия.

Следствие 1: в неподвижных и открытых сообщающихся сосудах высоты столбов жидкостей, отсчитываемые от уровня m , ниже которого жидкость однородна, обратно пропорциональны плотностям этих жидкостей (рис. 78, а):

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

Следствие 2: в неподвижных и открытых сообщающихся сосудах однородная жидкость всегда устанавливается на одинаковом уровне независимо от формы сосудов (рис. 78, б).

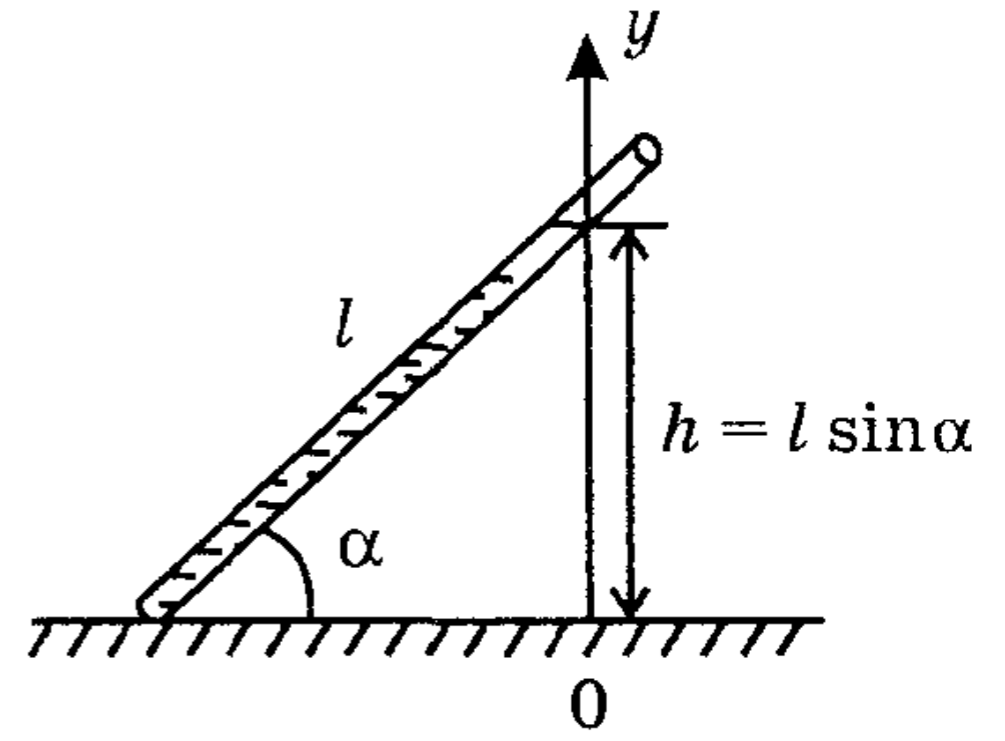


Рис. 77

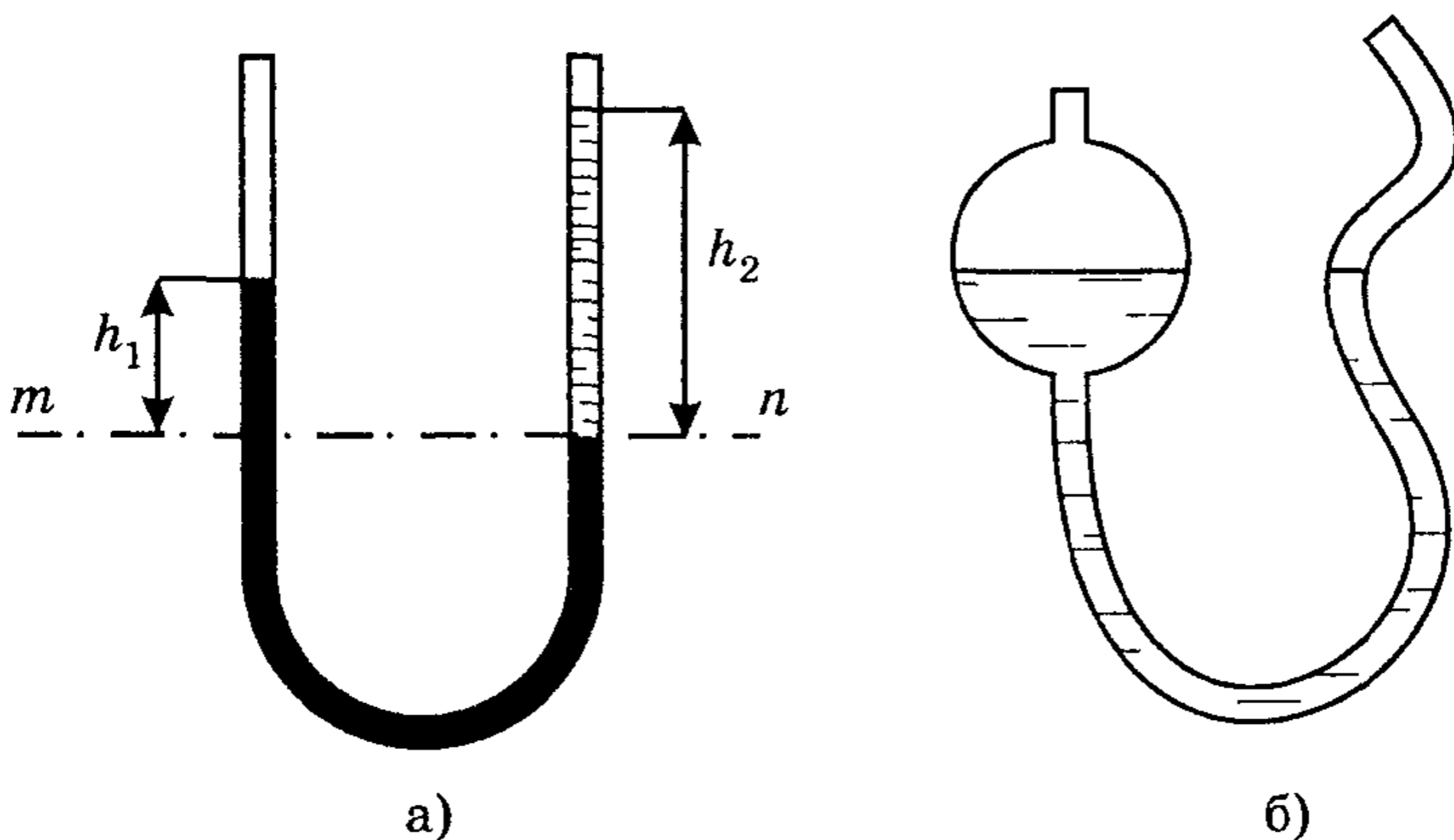


Рис. 78

На законе Паскаля основано действие *гидравлического пресса* (рис. 79) — устройства, позволяющего получить выигрыш в силе во столько раз, во сколько площадь большего поршня больше площади меньшего поршня (формула 77).

В сосудах на рисунке 80 давление одинаковой жидкости на дно сосудов одинаково, так как одинаковы высоты жидкости. Площадь дна у сосудов одинаковая, поэтому сила, с которой жидкость действует на дно, также одинаковая.

А вес жидкости в этих сосудах разный. В сосуде цилиндрической формы (рис. 80, а) вес жидкости равен силе ее давления на дно сосуда. В сосуде с сужающимися стенками (рис. 80, б) сила давления жидкости на дно сосуда больше веса жидкости, т.к. к весу здесь еще добавляется давление стенок, направленное вниз. В сосуде с расширяющимися стенками (рис. 80, с) сила давления жидкости на дно сосуда меньше веса жидкости, т.к. здесь из веса вычитается сила давления стенок, направленная вверх.

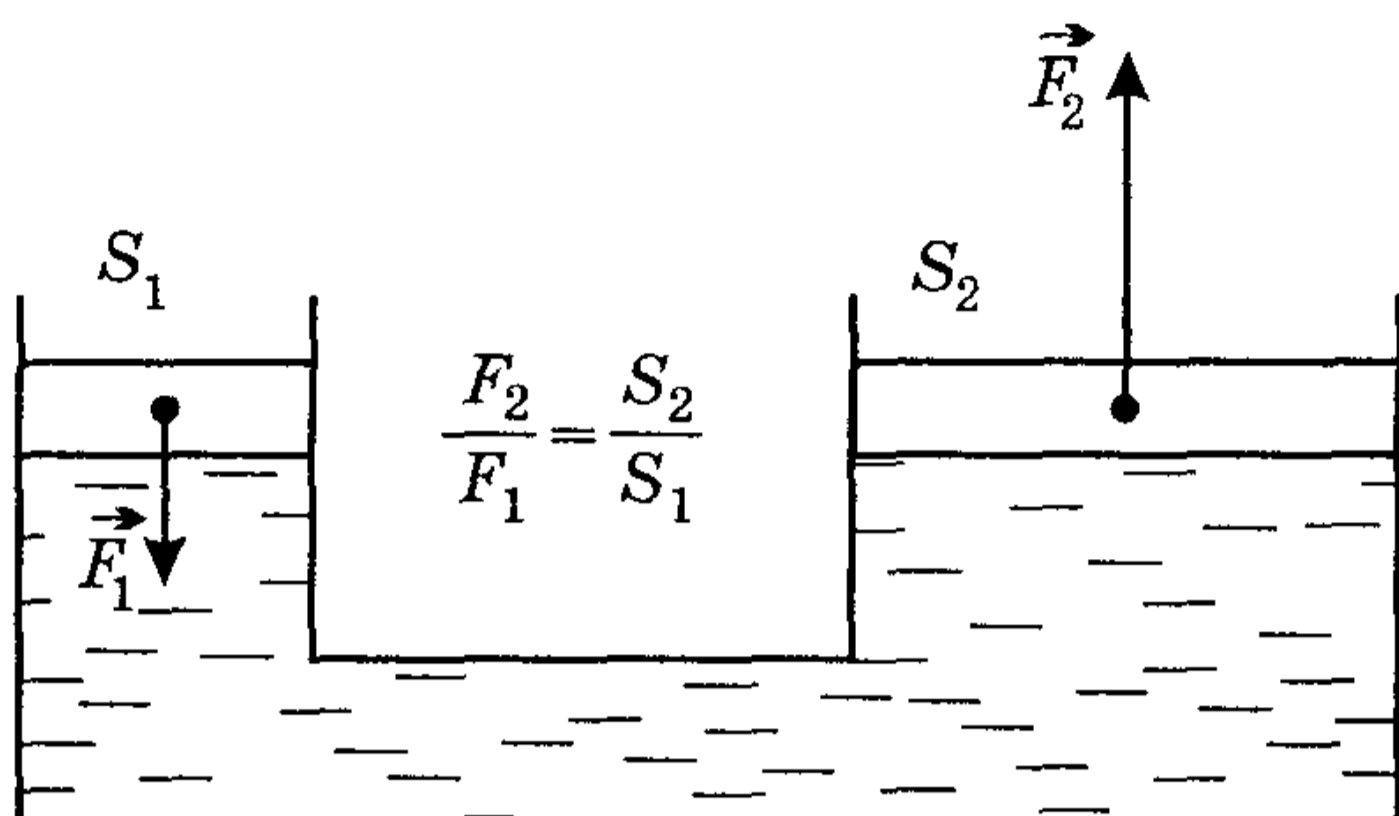


Рис. 79

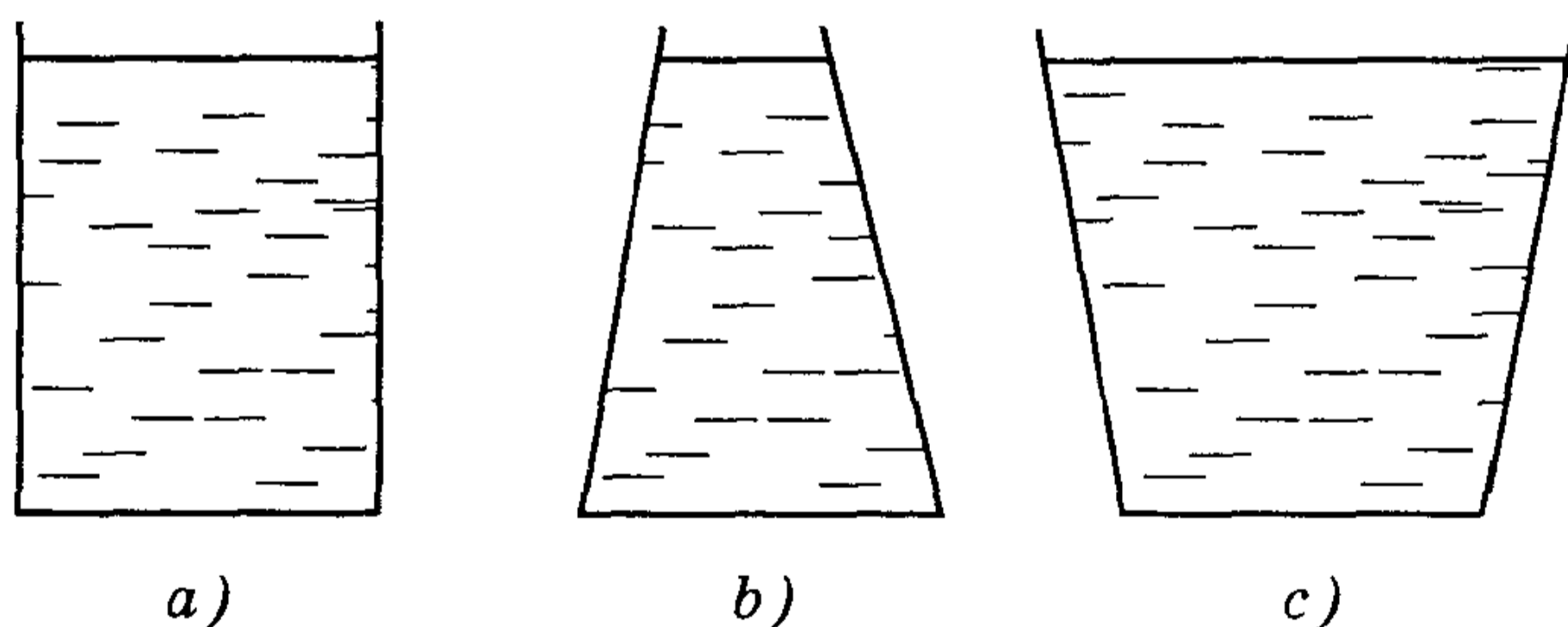


Рис. 80

Выталкивающая (Архимедова) сила не всегда направлена вверх. Как и всякая сила давления жидкости, она всегда направлена перпендикулярно поверхности жидкости. Если сосуд с жидкостью движется с ускорением горизонтально (рис. 81), то ее поверхность располагается под углом к горизонту, тем большим, чем больше ускорение. Поэтому выталкивающая сила, которая всегда перпендикулярна поверхности жидкости, уже не будет направлена вертикально.

Если в условии задачи что-либо говорится о весе тела в воздухе P_1 и в жидкости P_2 , то удобно начинать решение с формулы

$$F_{\text{выт}} = P_1 - P_2.$$

Если из условия задачи следует, что тело плавает, то приравняйте выталкивающую силу весу всего, что плавает:

$$F_{\text{выт}} = P_{\text{общ}}.$$

Если тело плавает, не полностью погруженное в воду, то в формуле выталкивающей силы $F_{\text{выт}} = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{Т}}$ объем $V_{\text{Т}}$ — это объем только погруженной части тела.

Если в условии задачи сказано, что в теле имеется полость, то, как правило, она пустая. Если требуется определить, есть ли в теле такая полость, определите ее объем, и если он окажется равным нулю, то тело сплошное. При этом наружный объем тела равен сумме объема полости и объема сплошной части, а вес тела равен произведению массы только сплошной части на ускорение свободного падения.

Согласно уравнению неразрывности струи 79) $v_1 S_1 = v_2 S_2$ в потоке жидкости или в трубе скорость больше там, где площадь поперечного сечения потока или трубы меньше. А согласно уравнению Бернулли 80)

$$\rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2$$

давление в потоке жидкости или газа больше там, где скорость меньше.

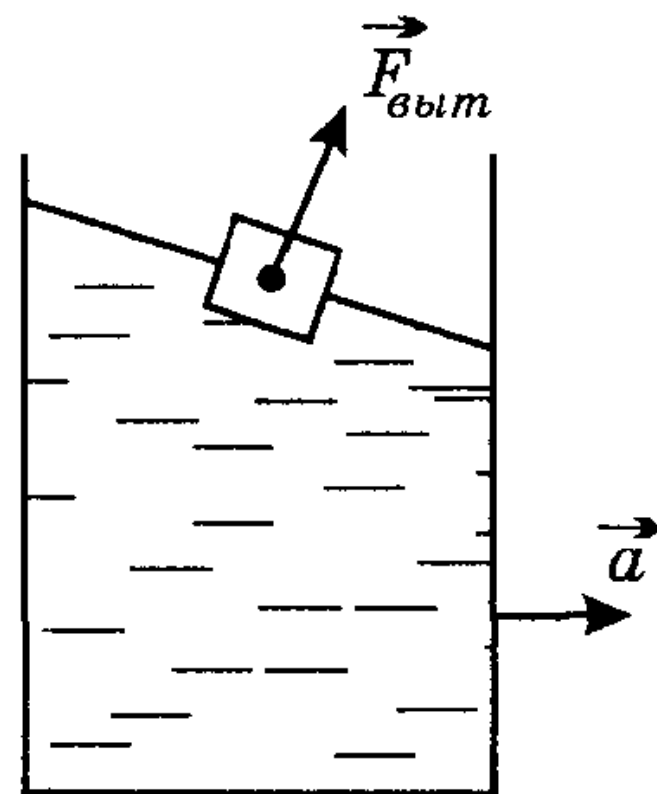


Рис. 81

Часть А

А1. Действие гидравлического пресса основано на

- 1) законе Архимеда
- 2) законе Паскаля
- 3) законе сохранения импульса
- 4) законе Кулона

А2. С помощью гидравлического пресса можно получить выигрыш

- 1) в силе
- 2) в работе
- 3) в скорости
- 4) в давлении

А3. На рис. 91 изображены три сосуда разной формы с одинаковой площадью основания, в которые налита одинаковая жидкость. Верхний уровень жидкости в сосудах тоже одинаков. Сила давления на дно больше веса жидкости в сосуде

- 1) А
- 2) В
- 3) С
- 4) одинакова во всех сосудах

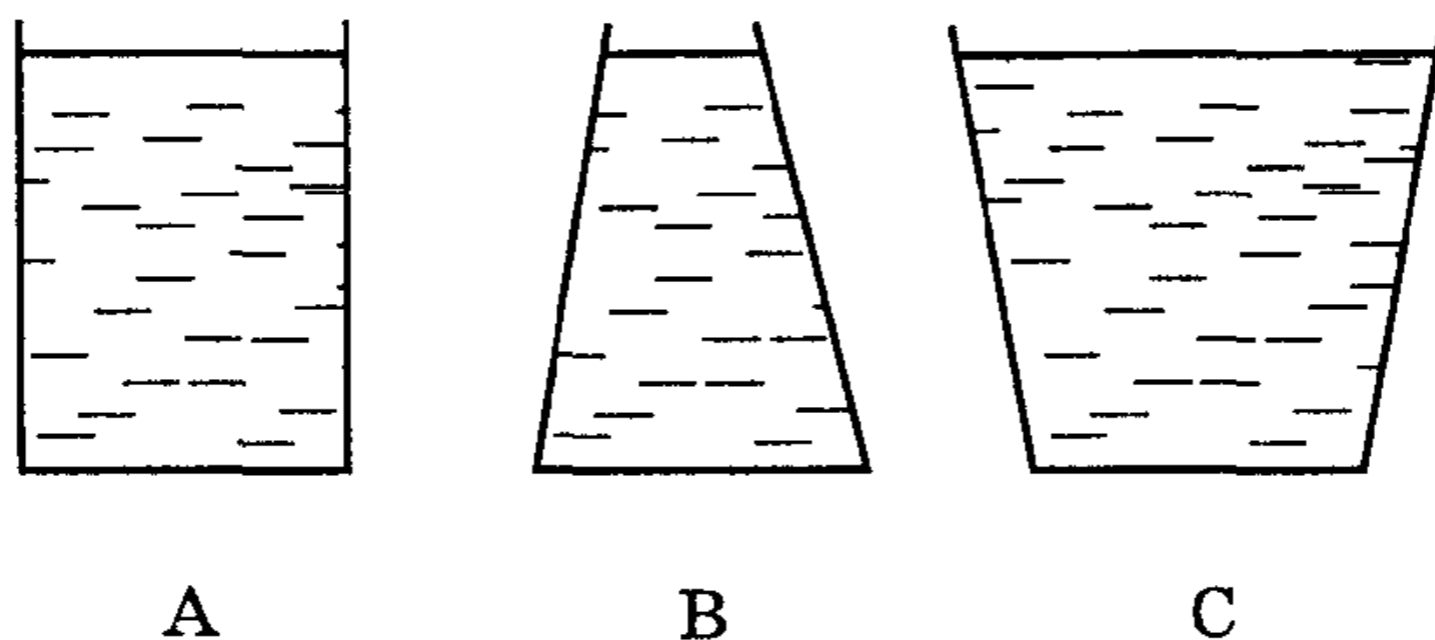


Рис. 91

А4. Единица давления в СИ может быть выражена через основные единицы СИ следующим образом:

- 1) $\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$
- 2) $\text{кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^2$
- 3) $\text{кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- 4) $\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$

А5. Верным является утверждение, что давление

- 1) векторная величина и равно произведению силы давления на ее плечо
- 2) скалярная величина и равно отношению силы давления к массе тела
- 3) векторная величина и равно произведению массы и скорости тела
- 4) скалярная величина и равно отношению силы давления к площади опоры тела

А6. В сообщающиеся сосуды налиты две разнородные жидкости (рис. 92). Плотность жидкости в левом колене равна 600 кг/м^3 . Плотность жидкости в правом колене равна

- 1) 400 кг/м^3 2) 700 кг/м^3
 3) 900 кг/м^3 4) 1000 кг/м^3

А7. На рис. 93 изображен график зависимости давления жидкости p от ее глубины h . Плотность этой жидкости равна

- 1) 600 кг/м^3 2) 800 кг/м^3
 3) 1000 кг/м^3 4) 1200 кг/м^3

А8. Куб с длиной ребра 20 см плавает в воде, наполовину погруженным в нее. Плотность воды 1000 кг/м^3 . На куб действует выталкивающая сила, равная

- 1) 40 Н 2) 160 Н
 3) 80 Н 4) 100 Н

А9. Труба имеет переменное сечение. Радиус ее широкой части 10 см , скорость воды в ней 4 м/с . Чему равна скорость воды в узкой части трубы радиусом 4 см ?

- 1) 25 м/с 2) 40 м/с 3) 20 м/с 4) 16 м/с

А10. Вес тела в воздухе 400 Н , а в воде 320 Н . Плотность воды 1000 кг/м^3 . Объем тела равен

- 1) 400 см^3 2) 4000 см^3 3) 8000 см^3 4) 7200 см^3

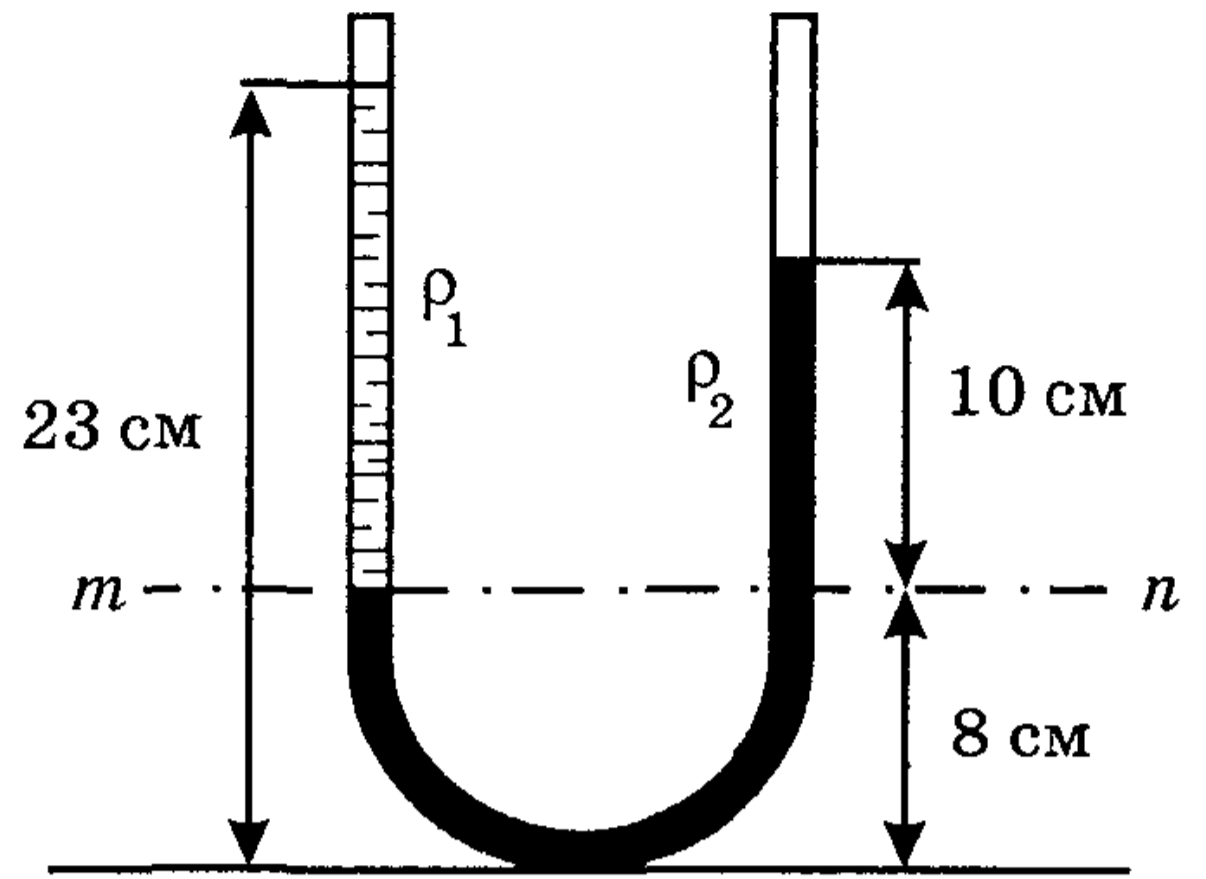


Рис. 92

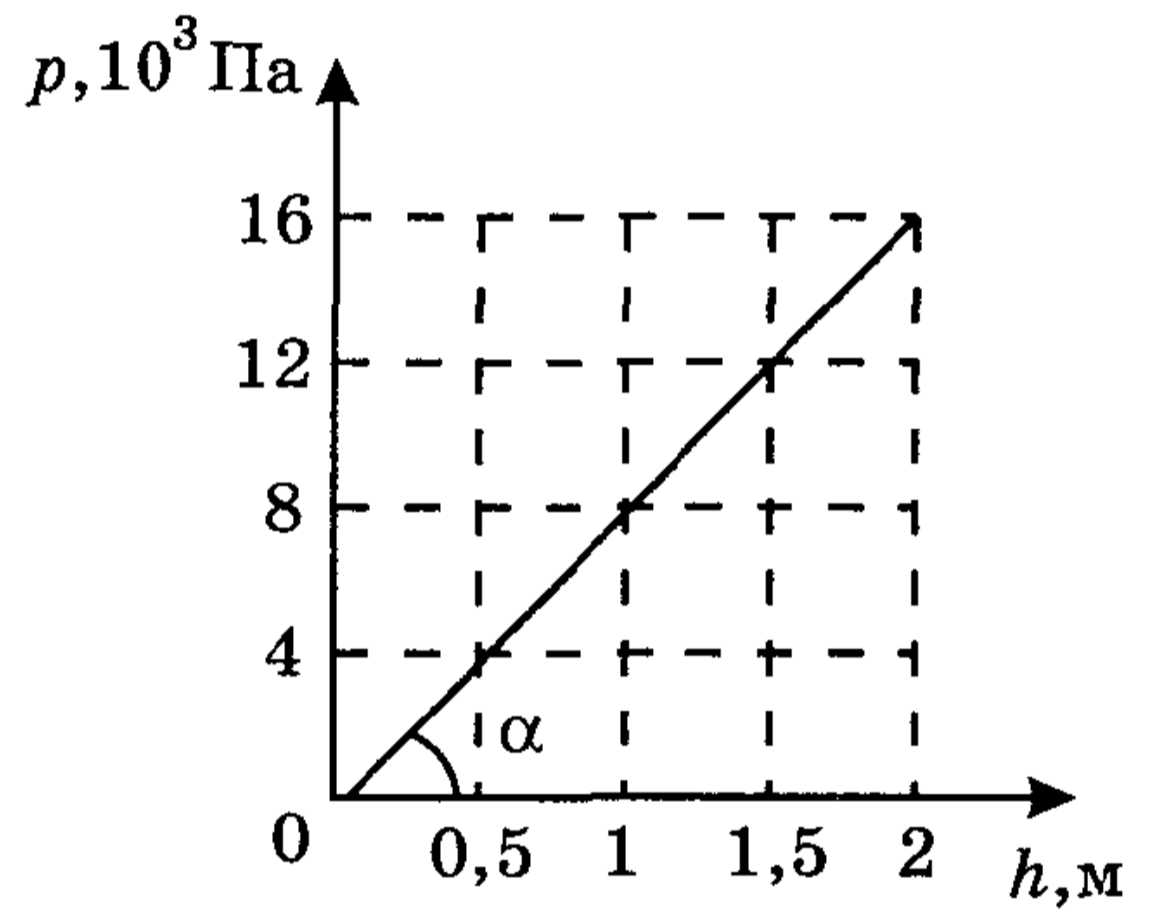


Рис. 93

Ответы к заданиям

A1. Действие гидравлического пресса основано на законе Паскаля. В гидравлическом прессе давления p_1 и p_2 , производимые жидкостью на поршни, согласно закону Паскаля, одинаковы, а поскольку давления равны отношению сил давления к площадям поршней:

$$P_1 = F_1/S_1 \text{ и } P_2 = F_2/S_2, \text{ то } F_1/S_1 = F_2/S_2,$$

Поэтому, во сколько раз площадь большего поршня больше площади меньшего, во столько раз сила, развиваемая большим поршнем, больше силы, с которой давят на меньший поршень.

Правильный ответ: 2.

А2. Гидравлический пресс дает выигрыш в силе.

Правильный ответ 1).

А3. Сила давления на дно будет больше веса в жидкости в сосуде В, т. к. к весу жидкости прибавится еще и сила давления на жидкость наклонных стенок сосуда. А вот давление на дно во всех сосудах, согласно формуле 76) $p = \rho gh$, одинаково, т. к. одинакова высота столба жидкости.

Правильный ответ 2).

А4. Единица давления в СИ — паскаль (Па).

$$\text{Па} = \text{Н} \cdot \text{м}^{-2} = \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{м}^{-2} = \text{кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Правильный ответ 3).

А5. Верным является утверждение о том, что давление — скалярная величина и равно отношению силы давления к площади опоры тела (формула 75)

$$p = \frac{F_{\text{давл.}}}{S}.$$

Правильный ответ 4).

А6. Выделим горизонтальный уровень mn , ниже которого жидкость однородна. Согласно закону Паскаля давления жидкостей сверху на этот уровень одинаковы. Воспользовавшись формулой 76), запишем:

$$p_1 = \rho_1 gh_1 \quad \text{и} \quad p_2 = \rho_2 gh_2.$$

Поскольку $p_1 = p_2$, то $\rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2$, откуда

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{h_1}{h_2}.$$

Из рис. 92 следует, что высоты столбов жидкостей над уровнем mn

$$h_1 = 23 \text{ см} - 8 \text{ см} = 15 \text{ см} \quad \text{и} \quad h_2 = 10 \text{ см}.$$

Подставив числовые значения величин в формулу, получим:

$$\rho_2 = 600 \frac{15}{10} \text{ кг/м}^3 = 900 \text{ кг/м}^3.$$

Правильный ответ 3).

А7. Из формулы 76) $p = \rho gh$ следует, что $\rho g = \frac{p}{h} = \text{tg } \alpha$, где α — угол наклона графика к оси высот. Из рис. 93 следует, что

$$\text{tg } \alpha = \frac{16 \cdot 10^3}{2} \text{ Па/м} = 8 \cdot 10^3 \text{ Па/м},$$

$$\text{откуда } \rho = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{g} = \frac{8 \cdot 10^3}{10} \text{ кг/м}^3 = 800 \text{ кг/м}^3.$$

Правильный ответ 2).

A8. Согласно формуле 78) $F_{\text{выт}} = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{T}}$ выталкивающая сила равна произведению плотности воды, ускорения свободного падения и объема погруженной в воду части куба. Объем куба равен кубу его ребра, значит, объем погруженной части, которая, согласно условию, составляет половину всего объема куба, равен:

$$V_{\text{погруж}} = \frac{(20)^3}{2} \text{ см}^3 = 4000 \text{ см}^3 = 0,004 \text{ м}^3.$$

Тогда по формуле 76) $F_{\text{выт}} = 1000 \cdot 10 \cdot 0,004 \text{ Н} = 40 \text{ Н}$.

Правильный ответ 1).

A9. Из формулы 79) $v_1 S_1 = v_2 S_2$ следует:

$$v_2 = v_1 \frac{S_1}{S_2} = v_1 \frac{\pi R_1^2}{\pi R_2^2} = v_1 \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2.$$

Подставим в это выражение числовые значения:

$$v_2 = 4 \left(\frac{10}{4} \right)^2 \text{ м/с} = 25 \text{ м/с}.$$

Правильный ответ 1).

A10. Выталкивающая сила, действующая на тело в воде, равна разности между его весом в воздухе P_1 и в воде P_2 :

$$F_{\text{выт}} = P_1 - P_2,$$

где согласно формуле

$$78) F_{\text{выт}} = \rho_{\text{воды}} g V_{\text{тела}},$$

если тело погружено целиком. Приравняв правые части этих равенств, найдем объем тела:

$$\rho_{\text{воды}} g V_{\text{тела}} = P_1 - P_2, \text{ откуда } V_{\text{тела}} = \frac{P_1 - P_2}{\rho_{\text{воды}} g}.$$

Подставим сюда числа и вычислим:

$$V_{\text{тела}} = \frac{400 - 320}{1000 \cdot 10} \text{ м}^3 = 0,008 \text{ м}^3 = 8000 \text{ см}^3.$$

Правильный ответ 3).