Задание 2. Построение таблиц истинности логических выражений

При решении задач данного вида необходимо знать:

1) условные обозначения логических операций:

¬ A, $\overline{A}$	не А (отрицание, инверсия)
A ∧ B, $A \cdot B$	А и В (логическое умножение, конъюнкция)
A ∨ B, $A + B$	А или В (логическое сложение, дизъюнкция)
A → B	импликация (следование)
A ≡ B	эквивалентность (равносильность)

2) операцию «импликация» можно выразить через дизъюнкцию и отрицание:

A → B = ¬ A ∨ B или в других обозначениях **A → B =** $\overline{A} + B$

3) формулы де Моргана:

¬ (A ∧ B) = ¬ A ∨ ¬ B $\qquad \overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$

¬ (A ∨ B) = ¬ A ∧ ¬ B $\qquad \overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

4) если в выражении нет скобок, сначала выполняются все операции «НЕ», затем – «И», затем – «ИЛИ», «импликация», и самая последняя – «эквивалентность»;

5)таблицы истинности:

Инверсия

A	$\overline{A}$
1	**0**
0	**1**

Конъюнкция

x	y	x∧y
0	**0**	**0**
0	**1**	**0**
1	**0**	**0**
1	**1**	**1**

Дизъюнкция

x	y	x∨y
0	**0**	**0**
0	**1**	**1**
1	**0**	**1**
1	**1**	**1**

Импликация

x	y	x→y
0	**0**	**1**
0	**1**	**1**
1	**0**	**0**
1	**1**	**1**

Эквиваленция

x	y	x≡y
0	**0**	**1**
0	**1**	**0**
1	**0**	**0**
1	**1**	**1**

Пример №1 с решением

Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	**Y**	**Z**	**F**
1	0	0	0
0	1	0	1
0	0	1	0

Какое выражение соответствует F?

1) (0 ∧ Y) ∧ (X ≡ Z)

2) (1 ∧ Y) ∧ (X ≡ Z)

3) (0 ∨ ¬Z) ∧ (X ≡ Y)

4) (¬1 ∧ Y) ∧ (X ≡ Z)

Решение

1. (0∧0) ∧(1≡0)= 0 ↓ ↓ **0** **0** По первой строчке подходит	(0∧1) ∧(0≡0)= 0 ↓ ↓ **0** **1** По второй строчке не подходит	(0∧0) ∧(0≡1)= 0 ↓ ↓ **0** **0** По третьей строчке подходит
2. (1∧0) ∧(1≡0)= 0 ↓ ↓ **0** **0** По первой строчке подходит	(1∧1) ∧(0≡0)= 1 ↓ ↓ 1 1 По второй строчке подходит	(1∧0) ∧(0≡0)= 0 ↓ ↓ 0 0 По третьей строчке подходит

Ответ **2**.

Пример №2 с решением

Дан фрагмент таблицы истинности для выражения F:

x1	**x2**	**x3**	**x4**	**x5**	**x6**	**x7**	**F**
0		0		0			0
	1		1				1
	1					1	1

Каким выражением может быть F?

1. $\neg x1 \wedge \neg x2 \wedge x3 \wedge \neg x4 \wedge \neg x5 \wedge x6 \wedge x7$
2. $x1 \vee x2 \vee x3 \vee x4 \vee \neg x5 \vee \neg x6 \vee x7$
3. $x1 \wedge \neg x2 \wedge \neg x3 \wedge x4 \wedge \neg x5 \wedge \neg x6 \wedge x7$
4. $x1 \vee x2 \vee x3 \vee \neg x4 \vee x5 \vee \neg x6 \vee x7$

Решение

Обратим внимание на столбец F. По нему видно, что выражение в двух случаях истинно, а в одном — ложно. То есть выражение не может быть конъюнкцией, так как конъюнкция истинна только в одном случае, а в таблице две истины. Выходит, что выражение является дизъюнкцией.

Рассмотрим 2-й вариант ответа. В первой строке таблицы истинности отображены только значения x1, x3, x5, и все они равны нулю. Но в выражении у нас x5 отрицается, то есть значение x5 будет изменено на 1, и в результате всё выражение должно быть истинным, 2-й вариант нам не подходит. Остаётся 4-й вариант, переменные x1, x3 и x5 в 4-м варианте ответа не отрицаются, что соответствует первой строке таблицы.

Ответ: **4**

Задания для тренировки

1) Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трёх аргументов: X, Y, Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	**Y**	**Z**	**F**
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1

Какое выражение соответствует F?

1) $X \vee Y \rightarrow Z$
2) $\neg X \vee Y \rightarrow Z$
3) $\neg X \wedge Z \rightarrow Y$
4) $X \vee \neg Z \rightarrow Y$

2) Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z.

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	Y	Z	F
1	0	1	0
0	1	0	1
1	1	1	0

Какое выражение соответствует F?

1) $(X \equiv Z) \wedge (\neg X \rightarrow Y)$
2) $(\neg X \equiv Z) \wedge (\neg X \rightarrow Y)$
3) $(X \equiv \neg Z) \wedge (\neg X \rightarrow Y)$
4) $(X \equiv Z) \wedge (\neg(Y \rightarrow Z))$

3) Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	F
1	0	1	0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0	1	0	1

Каким выражением может быть F?

1) $(x2 \rightarrow x1) \wedge \neg x3 \wedge x4 \wedge \neg x5 \wedge x6 \wedge \neg x7 \wedge x8$
2) $(x2 \rightarrow x1) \vee \neg x3 \vee x4 \vee \neg x5 \vee x6 \vee \neg x7 \vee x8$
3) $\neg(x2 \rightarrow x1) \vee x3 \vee \neg x4 \vee x5 \vee \neg x6 \vee x7 \vee \neg x8$
4) $(x2 \rightarrow x1) \wedge x3 \wedge \neg x4 \wedge x5 \wedge \neg x6 \wedge x7 \wedge \neg x8$

4) Дан фрагмент таблицы истинности выражения **F**:

x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	F
0	1	0	1	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0	1	0	0

Каким выражением может быть **F**?

1) ¬x1 ∧ x2 ∧ ¬x3 ∧ x4 ∧ x5 ∧ x6 ∧ x7 ∧ ¬x8
2) x1 ∨ ¬x2 ∨ x3 ∨ ¬x4 ∨ ¬x5 ∨ ¬x6 ∨ ¬x7 ∨ x8
3) ¬x1 ∧ x2 ∧ ¬x3 ∧ x4 ∧ x5 ∧ x6 ∧ ¬x7 ∧ ¬x8
4) ¬x1 ∨ x2 ∨ ¬x3 ∨ x4 ∨ ¬x5 ∨ ¬x6 ∨ x7 ∨ ¬x8

5) Александра заполняла таблицу истинности для выражения F. Она успела заполнить лишь небольшой фрагмент таблицы:

x1	**x2**	**x3**	**x4**	**x5**	**x6**	**x7**	**x8**	**F**
	0						1	0
1			0					1
			1				1	1

Каким из приведённых ниже выражений может быть F?

1) x1 ∧ ¬x2 ∧ x3 ∧ ¬x4 ∧ x5 ∧ x6 ∧ ¬x7 ∧ ¬x8
2) x1 ∨ x2 ∨ x3 ∨ ¬x4 ∨ ¬x5 ∨ ¬x6 ∨ ¬x7 ∨ ¬x8
3) ¬x1 ∧ x2 ∧ ¬x3 ∧ x4 ∧ x5 ∧ ¬x6 ∧ x7 ∧ x8
4) x1 ∨ ¬x2 ∨ x3 ∨ ¬x4 ∨ ¬x5 ∨ ¬x6 ∨ ¬x7 ∨ ¬x8

Ответы к заданиям для тренировки

1) 3
2) 4
3) 4
4) 1
5) 2