

Тема 4. Кодирование, комбинаторика, системы счисления (задание 10)

При решении задач данного вида необходимо знать:

- 1) принципы работы с числами, записанными в позиционных системах счисления;
- 2) если слово состоит из M букв, причем есть n_1 вариантов выбора первой буквы, n_2 вариантов выбора второй буквы и т.д., то число возможных слов вычисляется как произведение
$$Q = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_M$$
- 3) Если в алфавите M символов, то количество всех возможных «слов» (сообщений) длиной N равно $Q=M^N$.

Пример № 1 с решением

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААО
3. ААААУ
4. АААОА

Запишите слово, которое стоит под номером 210.

Решение

Заменим буквы А, О, У на 0, 1, 2 (для них порядок очевиден – по возрастанию)

Выпишем начало списка, заменив буквы на цифры:

1. 00000
2. 00001
3. 00002
4. 00010

...

Полученная запись есть числа, записанные в троичной системе счисления в порядке возрастания. Тогда на 210 месте будет стоять число 209 (т. к. первое число 0). Переведём число 209 в троичную систему (деля и снося остаток справа налево):

$$209 / 3 = 69 (2)$$

$$69 / 3 = 23 (0)$$

$$23 / 3 = 7 (2)$$

$$7 / 3 = 2 (1)$$

$$2 / 3 = 0(2)$$

В троичной системе 209 запишется как 21202. Произведём обратную замену и получим **УОУАУ**.

Пример № 2 с решением

Сколько есть различных символьных последовательностей длины от одного до четырёх в трёхбуквенном алфавите {А, В, С}?

Решение (необходимо знать №3)

$$N=1, M=3 \rightarrow Q=3^1=3$$

$$N=2, M=3 \rightarrow Q=3^2=9$$

$$N=3, M=3 \rightarrow Q=3^3=27$$

$$N=4, M=3 \rightarrow Q=3^4=81$$

Так как длина слова от одного символа до четырёх, необходимо сложить количество одно-, двух-, трех- и четырехбуквенных слов.

Ответ: **120**

Пример № 3 с решением

Игорь составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Игорь использует 5-буквенные слова, в которых есть только буквы П, И, Р, причём буква П появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Игорь?

Решение

Игорь может составить 2^4 слов поставив букву П на первое место. Аналогично можно поставить ее на второе, третье, четвертое и пятое место. Получим $5 \cdot 2^4 = 80$ слов.

Пример № 4 с решением

Сколько слов длиной 5букв, начинающихся с согласной буквы и заканчивающихся гласной буквой, можно составить из букв З, И, М, А? Каждая буква может входить в слово несколько раз. Слова не обязательно должны быть осмысленными словами русского языка.

Решение

В конце может стоять две буквы: И или А, а в начале — буквы З и М. Таким образом, можно составить $2 \cdot 4^3 \cdot 2 = 256$ слов.

Пример № 5 с решением

Азбука Морзе позволяет кодировать символы для сообщений по радиосвязи, задавая комбинацию точек и тире. Сколько различных символов (цифр, букв, знаков пунктуации и т. д.) можно закодировать, используя код азбуки Морзе длиной **не менее четырёх и не более пяти** сигналов (точек и тире)?

Решение

Мы имеем алфавит из двух букв: точка и тире. Из двух букв можно составить 2^4 четырёхбуквенных слова и 2^5 пятибуквенных слов.

Соответственно, количество закодированных символов будет равно количеству различных слов, а их $16 + 32 = 48$.

Задания для тренировки

- 1) Сколько есть различных символьных последовательностей длиной от двух до четырёх в трёхбуквенном алфавите {А, В, С}?
- 2) Все 4-буквенные слова, составленные из букв В, Н, Р, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.
Вот начало списка:
1. BBBB
2. BBVN
3. BBVR
4. BBVT
5. BVNN
.....
Запишите слово, которое стоит под номером 251.
- 3) Сколько слов длиной 6 букв, начинающихся с согласной буквы, можно составить из букв Г, О, Д? Каждая буква может входить в слово несколько раз. Слова не обязательно должны быть осмысленными словами русского языка.
- 4) Азбука Морзе позволяет кодировать символы для сообщений по радиосвязи, задавая комбинацию точек и тире. Сколько различных символов (цифр, букв, знаков пунктуации и т. д.) можно закодировать, используя код азбуки Морзе длиной не менее трёх и не более четырёх сигналов (точек и тире)?

- 5) Некоторый алфавит содержит пять различных букв. Сколько трёхбуквенных слов можно составить из букв данного алфавита (буквы в слове могут повторяться)?
- 6) Световое табло состоит из четырёх светящихся элементов, каждый из которых может светиться одним из четырёх различных цветов. Каждая комбинация из четырёх цветов кодирует определённый сигнал. Сколько различных сигналов можно передать при помощи табло при условии, что все элементы должны светиться?
- 7) Игорь составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Игорь использует 5-буквенные слова, в которых есть только буквы А, В, С, Х, причём буква Х появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Игорь?

Ответы к заданиям для тренировки

- 1) 117
- 2) ТТРР
- 3) 486
- 4) 24
- 5) 125
- 6) 256
- 7) 405.